

(6) CODE NO. : C-391

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

OR

प्रश्न 5. दर्शाइये कि एक शोकव मे अर्द्ध नाभिलम्ब एक नाभिगत जीवा के रेखा खण्डों के बीच हरात्मक माध्य होता है।

In a conic prove that the semi lotus rectum is the Harmonic mean between the segments of a focal chord.

OR

दर्शाइये कि केन्द्र से दो दिये गये संनाभियों पर कोई दो समानान्तर स्पर्श रेखाओं पर डाले गये लम्बों के वर्गों का अन्तर अचर होता है।

Show that the difference of the squares of perpendicular drawn from the center on any two parallels tangents to the given confocals is constants.

---x---

Code No. : C-391

Annual Examination – 2018

BCA-III

BCA-301

CALCULUS DIFFEENTIAL EQUATION & COMPUTER ARCHITECTURE

Paper - I

CALCULUS AND GEOMETRY

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs. Min.Marks : 20

Vhi % [k.M ^v* e: nI vfry?kÿkj h i:'u gi] ft gi gy ! juk vfu''k#\$ g%
[k.M ^&* e: y?kÿkj h ' 'u (' [k.M ^I* e: nh?k\$)ÿkj h ' 'u g%
[k.M ^v* ! k l&l i gy! gy ! j!%

Note : Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

fuEukfdr vfry?kÿkj h ç'uk di mÿkj ,d ;k nk okD;k e nA
Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

- प्रश्न 1. रीमान समाकलनीय फलन क्या है?
What is Riemann integrable function?
- प्रश्न 2. समाकलन गणित के मूलभूत प्रमेय को लिखिए।
Write the fundamental theorem of calculus.
- प्रश्न 3. फलन $f(x, y)$ का बिन्दु (a, b) पर एक उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ के लिए आवश्यक प्रतिबंध लिखिए।
Write the necessary condition for the existence of a maxima or minima of $f(x, y)$ at $x = a$ and $y = b$.
- प्रश्न 4. पल्याण बिन्दु क्या हैं?
What is a saddle point?

P.T.O.

(2)

CODE NO. : C-391

प्रश्न 5. विषम समाकलन $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$ अभिसरण है या नहीं। स्पष्ट कीजिये।

The improper integral $\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$ is convergent or not justify.

प्रश्न 6. क्या विषम समाकलन $\int_0^1 \frac{dx}{1-x}$ अभिसरण है। स्पष्ट कीजिए।

Is the improper integral $\int_0^1 \frac{dx}{1-x}$ convergent justify.

प्रश्न 7. लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण लिखिए, जिसका शीर्ष मूल बिन्दु है, अक्ष Z है, और शीर्ष α है।

Write the equation of cone whose vertex is at origin, axis is Z axis and semi vertical angle is α .

प्रश्न 8. निर्देशांकों से होकर जाने वाले शंकु का व्यापक समीकरण लिखिए।

Write the general equation of cone which passes through co-ordinates.

प्रश्न 9. कार्तीय निर्देशांकों और ध्रुवीय निर्देशांकों में सम्बंध लिखिये।

Explain the relation between cartesian and polar co-ordinates.

प्रश्न 10. शंकु का ध्रुवीय समीकरण लिखिए, जब उसकी नाभि ध्रुव है तथा अक्ष प्रारम्भिक रेखा है।

Write the polar equation of the cone whose focus is a pole and axis is initial line.

Section - 'B'

Solve the following questions (3x5=15)

प्रश्न 1. मान लो $f: [0,1] \rightarrow R$ एक फलन है जो निम्नानुसार परिभाषित है,

Let f be a function defined on $[0,1]$ by

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{when } x \text{ is irrational} \\ 0, & \text{when } x \text{ is rational} \end{cases}$$

गणना कीजिए $\int_0^1 f$ तथा $\int_0^1 f$ एवं सिद्ध कीजिए, कि फलन f रिमान समाकलनीय नहीं है।

Calculate $\int_0^1 f$ and $\int_0^1 f$ and hence show that f is not Riemann integrable in $[0,1]$.

(5)

CODE NO. : C-391

प्रश्न 2. किसी समतल त्रिभुज में लाग्रंज विधि से $u = \cos A \cos B \cos C$ उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

In a plane triangle, by using Lagrange's method, find the maximum value of $u = \cos A \cos B \cos C$.

OR

दर्शाइये कि u का उच्चिष्ठ मान, जब $u = x^2 y^3 z^4$ तथा $2x + 3y + 4z = 9$, $\left(\frac{a}{9}\right)^9$ है।

Show that the maximum value of u when $u = x^2 y^3 z^4$ and $2x + 3y + 4z = 9$ is $\left(\frac{a}{9}\right)^9$.

प्रश्न 3. विषम समाकलन $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{x(1+x^2)}$ का मूल्यांकन कीजिए।

Evaluate improper integral $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{x(1+x^2)}$

OR

सिद्ध कीजिये कि $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ अभिसारी है।

Prove that $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$ Converges.

प्रश्न 4. उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये, जिसकी त्रिज्या 5 और अक्ष रेखा $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$ है।

Find the equation of right circular cylinder, whose axis is a line $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$ and radius is 5.

OR

उस लम्ब वृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये, जिसका शीर्ष मूल बिन्दु अक्ष $x = y = z$ तथा अर्द्ध शीर्ष कोण 45° है।

Find the equation of right circular cone whose is vertex at origin and axis is $x = y = z$ and semi vertical angle is 45° .

P.T.O.

(3)

CODE NO. : C-391

सिद्ध कीजिए कि, प्रत्येक सतत् फलन रीमान समाकलनीय होता है।

Show that every continuous function is Riemann integrable.

प्रश्न 2. फलन $u = x^3 - 4xy + 2y^2$ के उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ या पल्याण बिन्दु की विवेचना कीजिये।

Discuss the maximum or minimum values or saddle points of the function

$$u = x^3 - 4xy + 2y^2.$$

OR

तीन संख्याओं को ज्ञात कीजिये, जिनका योग 30 है, और उनका गुणफल महत्तम है।

Find three positive numbers whose sum is 30 and whose product is maximum.

प्रश्न 3. बीटाफलन $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx$ के अभिसरण की व्याख्या कीजिए।

Discuss the convergence of Beta function

$$\int_0^1 x^m (1-x)^n dx.$$

OR

गामा फलन $\int_0^1 e^{-x} x^{n-1} dx$ के अभिसरण की व्याख्या कीजिए।

Discuss the convergence of Gamma function $\int_0^1 e^{-x} x^{n-1} dx$.

प्रश्न 4. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (1,2,3) और आधार वक्र $y^2 = 4ax$ and $z = 0$.

Find the equation of cone whose vertex (1,2,3) and base curve is $y^2 = 4ax$ and $z = 0$.

P.T.O.

(3)

CODE NO. : C-391

सिद्ध कीजिए कि, प्रत्येक सतत् फलन रीमान समाकलनीय होता है।

Show that every continuous function is Riemann integrable.

प्रश्न 2. फलन $u = x^3 - 4xy + 2y^2$ के उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ या पल्याण बिन्दु की विवेचना कीजिये।

Discuss the maximum or minimum values or saddle points of the function

$$u = x^3 - 4xy + 2y^2.$$

OR

तीन संख्याओं को ज्ञात कीजिये, जिनका योग 30 है, और उनका गुणफल महत्तम है।

Find three positive numbers whose sum is 30 and whose product is maximum.

प्रश्न 3. बीटाफलन $\int_0^1 x^m (1-x)^n dx$ के अभिसरण की व्याख्या कीजिए।

Discuss the convergence of Beta function

$$\int_0^1 x^m (1-x)^n dx.$$

OR

गामा फलन $\int_0^1 e^{-x} x^{n-1} dx$ के अभिसरण की व्याख्या कीजिए।

Discuss the convergence of Gamma function $\int_0^1 e^{-x} x^{n-1} dx$.

प्रश्न 4. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (1,2,3) और आधार वक्र $y^2 = 4ax$ and $z = 0$.

Find the equation of cone whose vertex (1,2,3) and base curve is

$$y^2 = 4ax \text{ and } z = 0.$$

P.T.O.

(4) CODE NO. : C-391

OR

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये, जिनके जनक रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हैं, तथा आधार रेखा $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$.

Find the equation of cylinder whose generator line is parallel to

$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ and base curve is $x^2 + 2y^2 = 1$, and $z = 0$.

प्रश्न 5. समीकरण $2x - 5x^3 = 1 + xy$ को ध्रुवीय निर्देशांक में परिवर्तित कीजिए।

Convert equation $2x - 5x^3 = 1 + xy$ into polar co-ordinate.

OR

समीकरण $r = -8 \cos \theta$ को कार्तीय निर्देशांक में परिवर्तित कीजिए।

Convert equation $r = -8 \cos \theta$ into Cartesian co-ordinate.

Section - 'C'

fuEukfdr dk gy dhft ;@Solve the following questions (5x5=25)

प्रश्न 1. यदि $f \in R[a, b]$, तब सिद्ध कीजिए कि $|f| \in R[a, b]$ और

$$\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|.$$

If $f \in R[a, b]$, then prove that $|f| \in R[a, b]$ and

$$\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|.$$

OR

यदि फलन $f: [a, b] \rightarrow R$ एक दिष्ट है, तो f अन्तराल $[a, b]$ पर रिमान समाकलनीय होता है। सिद्ध कीजिए।

Every monotonic function $f: [a, b] \rightarrow R$ is Riemann integrable on f in the interval $[a, b]$. Prove it.

(4) CODE NO. : C-391

OR

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये, जिनके जनक रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हैं, तथा आधार रेखा $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$.

Find the equation of cylinder whose generator line is parallel to

$\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ and base curve is $x^2 + 2y^2 = 1$, and $z = 0$.

प्रश्न 5. समीकरण $2x - 5x^3 = 1 + xy$ को ध्रुवीय निर्देशांक में परिवर्तित कीजिए।

Convert equation $2x - 5x^3 = 1 + xy$ into polar co-ordinate.

OR

समीकरण $r = -8 \cos \theta$ को कार्तीय निर्देशांक में परिवर्तित कीजिए।

Convert equation $r = -8 \cos \theta$ into Cartesian co-ordinate.

Section - 'C'

fuEukfdr dk gy dhft ;@Solve the following questions (5x5=25)

प्रश्न 1. यदि $f \in R[a, b]$, तब सिद्ध कीजिए कि $|f| \in R[a, b]$ और

$$\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|.$$

If $f \in R[a, b]$, then prove that $|f| \in R[a, b]$ and

$$\left| \int_a^b f \right| \leq \int_a^b |f|.$$

OR

यदि फलन $f: [a, b] \rightarrow R$ एक दिष्ट है, तो f अन्तराल $[a, b]$ पर रिमान समाकलनीय होता है। सिद्ध कीजिए।

Every monotonic function $f: [a, b] \rightarrow R$ is Riemann integrable on f in the interval $[a, b]$. Prove it.