Printed Pages = 11

Roll No. _____

Special Online Examination Nov. 2020

B.Sc. Part II

MATHEMATICS

Paper III

(Mechanics)

Time : 3 Hours] [MAXIMUM MARKS : 50

नोट *: खण्ड 'अ', 'ब', 'स' निम्नलिखित निर्देशानुसार हल कीजिए।*

Note : *Attempt Section 'A', 'B', 'C' according to the following instructions.*

खण्ड 'अ' (5 × 2 = 10)

(Section 'A')

नोट *: सभी **पाँच** प्रश्न हल कीजिए। एक या दो लाइन में उत्तर दीजिए।*

Note : *Attempt all the **five** questions. Answer write in one or two lines.*

1. यांत्रिकी क्या है ? इसे परिभाषित कीजिए।

What is Mechanics ? Define it.

2. दृढ़ पिण्ड की साम्यावस्था के लिए व्यापक प्रतिबन्ध लिखिए।

Write the general condition of equilibrium of a rigid body.

3. सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए।

Define simple hormonic motion.

4. केपलर के क्षेत्रफल के नियम को लिखिए।

Write law of area of Keplar's.

5. बेलनीय निर्देशांक के पदों में किसी कण के त्वरण को लिखिए।

Write the acceleration of a particle in terms of cylindrical coordinate.

खण्ड 'ब' (5 × 3 = 15)

(Section 'B')

नोट *: सभी **पाँच** प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 100 से 150 शब्द।*

Note : *All the **five** questions are compulsory. Answer with word limit 100-150 words.*

इकाई – I

(Unit– I)

1. सामान्य कैटिनरी का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the cartesian equation of common catenary.

अथवा /Or

चार समांग छड़ों को सिरों पर मुक्त रूप से जोड़कर समानान्तर चतुर्भुज ABCD बनाया जाता है। इसे बिन्दु A से लटका दिया जाता है तथा एक अवितान्य डोरी AC से इसके आकार को बनाये रखा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी का तनाव सम्पूर्ण भार का आधा होता है।

Four uniform rods are freely joined at their extermities and form a parallelogram ABCD which is suspended by the joint A and is kept in show by an inextensible string AC. Prove that the tension of the string is equal to half of the whole weight.

इकाई – II
(Unit– II)

2. समष्टि में एक व्यापक बल निकाय के एक एकल बल में समानयन के प्रतिबन्ध का निर्धारण कीजिए।

Determine the condition in order that a general system of forces in space should reduce to a single force.

अथवा /Or

किन्हीं अक्षों OX, OY, OZ के संदर्शित एक दिये गये बिन्दु (f, g, h) के शून्य आघूर्ण समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation to the null plane of a given point (f, g, h) referred to any axes OX, OY, OZ.

इकाई – III
(Unit– III)

3. यदि किसी कण के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग सदैव एक-दूसरे के समानुपाती हों, तो दर्शाइए कि पथ एक समानकोणिक सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

अथवा /Or

एक कण एक समतल में एक त्वरण, जो समतल में सदैव एक निश्चित बिन्दु की ओर दिष्ट है, के अन्तर्गत गति करता है। पथ का ध्रुवीय रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए।

A particle moves in a plane with an acceleration which is always directed to a fixed point O in the plane. Obtain the differential equation of its path in polar form.

इकाई – IV
(Unit– IV)

4. सूर्य की परिक्रमा करने वाले किसी ग्रह का महत्तम तथा न्यूनतम वेग क्रमशः 30 और 29·2 किमी प्रति सेकण्ड है। उसकी कक्षा की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

The maxium and minimum velocities of a planet revolving around the Sun are 30 and 29·2 km/sec. respectively. Find the eccentricity of its orbit.

अथवा /Or

साइक्लाड $S = 4a \sin \psi$ में गतिमान कण के वेग की दिशा में परिवर्तन की दर अचर है। सिद्ध कीजिए कि त्वरण का परिणाम एक स्थिरांक है।

The rate of change of direction of velocity of a particle moving in a cycloid $S = 4a \sin \psi$ is constant. Prove that acceleration must be constant in magnitude.

इकाई – V
(Unit– V)

5. एक कण V वेग से एक चिकने क्षैतिज समतल पर ऐसे माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है जिसकी प्रति इकाई संहति पर प्रतिरोध k (वेग) है। दर्शाइए कि t समय के पश्चात् कण का वेग V और इस समय में चली गई दूरी S निम्नांकित से दी जाती है—

$$V = Ve^{-kt} \text{ तथा } S = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt}).$$

A particle is projected with velocity V along a smooth horizontal plane in a resisting medium whose resistance per unit mass is k (velocity). Show that the velocity V after a time t and the distance travelled S in that time are given by

$$V = Ve^{-kt} \text{ and } S = \frac{V}{k}(1 - e^{-kt}).$$

अथवा /Or

कण के गति का समीकरण व्युत्पन्न कीजिए जबकि द्रव्यमान विचरण करता है।

Derive the equation of motion of particles of varying mass.

खण्ड 'स' **(5 × 5 = 25)**

(Section 'C')

नोट *: सभी **पाँच** प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 200 से 250 शब्द।*

Note : *All the **five** questions are compulsory. Answer with word limit 200-250 words.*

इकाई – I
(Unit– I)

1. एक अर्द्धगोला समान त्रिज्या के एक गोले पर सन्तुलन में रखा हुआ है, दर्शाइए कि साम्यावस्था अस्थायी है जब गोले पर अर्द्ध गोले का वक्र पृष्ठ और स्थायी है जब अर्द्ध गोले का सपाट पृष्ठ रखा हुआ हो।

A hemisphere sets in equilibrium on a sphere of equal radius. Show that the equilibrium is unstable when the curved surface of hemisphere rests on the sphere and stable when the flat surface of hemisphere rests on the sphere.

अथवा /Or

रेखाओं $x + y = 1$, $y - x = 1$, $y = 2$ द्वारा निर्मित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश तीन बल P, Q, R गतिशील हैं। उनके परिणामी की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Three forces P, Q, R act along the side of triangle formed by the lines $x + y = 1$, $y - x = 1$, $y = 2$. Find the equation of the line of action of their resultant.

इकाई – II
(Unit– II)

2. एक बल P x-अक्ष के अनुदिश क्रिया करता है और एक अन्य बल nP बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जनक के अनुदिश क्रिया करता है। दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष बेलन $n^2 (nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4a^2$ पर स्थित है।

A force P acts along the axis of x and another force nP along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder $n^2 (nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 y^2 = n^4a^2$.

अथवा /Or

दर्शाइए कि किसी भी बल निकाय की शून्य रेखाओं में से चार किसी अतिपरवलय के जनक होते हैं, दो जनकों के एक निकाय के सदस्य होते हैं और दो अन्य निकाय के।

Show that among the null lines of any system of forces for are generator of any hyperboloid, two belonging to one system of generators and two to another system.

इकाई – III
(Unit– III)

3. सिद्ध करो कि प्रक्षेप्य का पथ एक परवलय होता है।

Prove that the path of a projectile is a parabola.

अथवा /Or

एक प्रत्यास्थ डोर जिसका ऊपर का सिरा स्थिर है, के नीचे के सिरे पर दो पिण्ड M तथा M′ बाँध दिये गये हैं और विराम में लटक रहे हैं, M′ गिर जाता है। दर्शाइए कि t समय पश्चात् डोर के ऊपर के सिरे से M की दूरी $a + b + c \cos \theta \left(\sqrt{\frac{g}{b}} t\right)$ है, जहाँ a डोर की प्राकृतिक लम्बाई, b तथा c विस्तार है, जबकि डोर से क्रमशः M तथा M′ बँधे हैं।

Two bodies M and M′ are attached to the lower end of an elastic string whose upper end is fixed and are lying of rest, M′ fall off. Show that the distance of M from upper end of string at time t is $a + b + c \cos \theta \left(\sqrt{\frac{g}{b}} t\right)$, where a is unstretched length of the string, b and c the distances by which it would be extended when supporting M and M′ respectively.

इकाई – IV
(Unit– IV)

4. एक कक्ष चक्रजीय चाप का आधार क्षैतिज तथा इसका शीर्ष नीचे है। माला का एक दाना इसके अनुदिश फिसलता है, यह कस्प से विराम से गति प्रारम्भ करता है तथा शीर्ष पर विराम में पहुँचता है। दर्शाइए कि $\mu^2 e^{\mu\pi} = 1$, जहाँ μ घर्षण गुणांक है।

The base of a rough cycloidal arc is horizontal and its vertex downwards. A bead slider along its starting from rest at the cusp and coming to rest of vertex. Show that $\mu^2 e^{\mu\pi} = 1$, where μ is coefficient of friction.

अथवा /Or

एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरेखीय और अभिलम्बीय त्वरण सदैव अचर रहते हैं तो सिद्ध कीजिए कि कोण ψ जो गति कि दिशा समय t में घूमती है समीकरण $\psi = A \log (1 + Bt)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant throughout the motion, prove that the angle ψ through which the direction of motion turns in time t is given by $\psi = A \log (1 + Bt)$.

इकाई – V
(Unit– V)

5. तरल की एक गोलाकार बूँद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा c की अचर दर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाइए कि विराम से गिरते हुए t समय बाद इसका वेग है—

$$\frac{1}{2} gt \left[1 + \frac{M}{M + ct}\right],$$

जहाँ M बूँद का आदि द्रव्यमान है।

A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation of a constant rate c. Show that the velocity after falling from rest in time t is $\frac{1}{2} gt \left[1 + \frac{M}{M + ct}\right]$, where M is the initial mass of drop.

अथवा /Or

ध्रुवीय निर्देशांकों (गोलीय निर्देशांक) के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find acceleration of a particle in terms of polar co-ordinates (spherical co-ordinates).

✪✪✪✪✪ B ✪✪✪✪✪