

Roll No. _____

Special Online Examination Nov. 2020**B.Sc. Part I (New Course)****MATHEMATICS**

Paper III

(Vector Analysis and Geometry)

Time : 3 Hours]

[MAXIMUM MARKS : 50

नोट : खण्ड 'अ' से सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' एवं खण्ड 'स' से प्रत्येक इकाई से केवल एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all the questions from section 'A', it is compulsory. Attempt one question from each unit from section 'B' and section 'C'.

खण्ड 'अ' (5 × 2 = 10)
(Section 'A')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। एक या दो लाइन में उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all the five questions. Answer write in one or two lines.

1. तीन सदिशों का सदिश गुणन और चार सदिशों का सदिश गुणन को लिखिए।

P. T. O.

Write the vector product of three vectors and four vectors.

2. ग्रीन प्रमेय को लिखिए।

Write Green's theorem.

3. शांकव की परिभाषा लिखिए।

Write the definition of conic section.

4. व्युत्क्रम शंकु को परिभाषित कीजिए।

Define Reciprocal cone.

5. नियामक गोला को परिभाषित कीजिए।

Define Director sphere.

खण्ड 'ब' (5 × 3 = 15)

(Section 'B')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 75 से 100 शब्द।

Note : All the five questions are compulsory. Answer with word limit 75-100 words.

इकाई – I

(Unit– I)

1. यदि सदिश $P = xi + 3j + 2k$, सदिशों $a = 2i + 2j + 3k$ तथा $b = 2i + 3j + 4k$ के साथ समतलीय है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

V – 224

[3]

If vector $P = xi + 3j + 2k$ is co-planer of vectors $a = 2i + 2j + 3k$ and $b = 2i + 3j + 4k$. Then find out the value of x .

अथवा /Or

यदि $F = x^2yi + xzi + 2yzk$ तो $\text{div curl } F$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $F = x^2yi + xzi + 2yzk$, then find the value of $\text{div curl } F$.

इकाई – II
(Unit– II)

2. यदि $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k.$$

If $r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$, then prove that :

$$\int_1^2 \left(r \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k.$$

अथवा /Or

मूल्यांकन कीजिए $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$ जहाँ S शंकु $x^2 + y^2 = z^2$ और समतल $z = 1$ से परिबद्ध संवृत पृष्ठ है।

V—224

P. T. O.

[4]

Evaluate $\iint_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$ where S is surface bounded by cone $x^2 + y^2 = z^2$ and the plane $z = 1$.

इकाई – III
(Unit– III)

3. शंकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात करो।

Find the polar equation of conic.

अथवा /Or

शंकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के बिन्दु 'α' पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of normal of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ at the point 'α'.

इकाई – IV
(Unit– IV)

4. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(1, -3, 4)$, $(1, -5, 2)$, $(1, -3, 0)$ से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र समतल $x + y + z = 0$ पर स्थित है।

V—224

[5]

Find equation of whose sphere passing through points $(1, -3, 4)$, $(1, -5, 2)$, $(1, -3, 0)$ and there center is on the plane $x + y + z = 0$.

अथवा /Or

एक लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात करना जिसका अक्ष $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ तथा त्रिज्या a है। l, m, n दिक् कोज्याएँ हैं।

Find the equation of right circular cylinder whose axis is $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ and radius is a and l, m, n are direction cosines.

इकाई - V
(Unit- V)

5. समतल $lx + my + nz = p$ को शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ को स्पर्श करने का प्रतिबंध ज्ञात कीजिए।

Find out the condition if the plane $lx + my + nz = p$, touch the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

अथवा /Or

परवलयज $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$ के बिन्दु $(4, 3, 5)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

V-224

P. T. O.

[6]

Find the equation of Normal of the paraboloid at the point $(4, 3, 5)$. Paraboloid is $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$.

खण्ड 'स'

(5 × 5 = 25)

(Section 'C')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 150 से 200 शब्द।

Note : All the five questions are compulsory. Answer with word limit 150-200 words.

इकाई - I

(Unit- I)

1. सिद्ध कीजिए कि $\nabla^2 (r^n \vec{r}) = n(n+3) r^{n-2} \vec{r}$.

Prove that : $\nabla^2 (r^n \vec{r}) = n(n+3) r^{n-2} \vec{r}$.

अथवा /Or

फलन $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$ का बिन्दु P $(1, 2, 3)$ पर रेखा \vec{PQ} की दिशा में दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए जहाँ Q बिन्दु $(5, 0, 4)$ है।

Find the directional derivative of $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$ at the point P $(1, 2, 3)$ in the direction \vec{PQ} , where Q is $(5, 0, 4)$.

V-224

[7]

इकाई – II
(Unit- II)

2. किसी कण का किसी समय $t = 0$ पर त्वरण $e^ti - 6(t-1)j + 3 \sin tk$ है। यदि $t = 0$ पर v तथा r शून्य है तो समय t पर v तथा r ज्ञात करो।

The acceleration of any particle at any time $t = 0$ is $e^ti - 6(t-1)j + 3 \sin tk$. If v and r are zero at $t = 0$. Then find v and r at time t .

अथवा /Or

स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए जब $F = x^2i + xyj$, जब C , xy -समतल में वर्ग की परिमाप है जिसकी भुजाएँ रेखाओं $x = 0, y = 0, x = a, y = a$ के अनुदिश है।

Verify Stoke's theorem where $F = x^2i + xyj$ and C is perimeter of square in xy -plane whose sides are lines $x = 0, y = 0, x = a, y = a$.

इकाई – III
(Unit- III)

3. सिद्ध कीजिए कि दो शांकव $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta$ तथा $\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos (\theta - \alpha)$ एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं यदि $l_1^2 (1 - e_2^2) + l_2^2 (1 - e_1^2) = 2l_1l_2 (1 - e_1e_2 \cos \alpha)$.

V-224

P. T. O.

[8]

Prove that the two conics $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta$ and $\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos (\theta - \alpha)$ are touch each other. Then

$$l_1^2 (1 - e_2^2) + l_2^2 (1 - e_1^2) = 2l_1l_2 (1 - e_1e_2 \cos \alpha).$$

अथवा /Or

शांकव $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ का अनुरेखण कीजिए। साथ ही इसकी नाभि, उत्केन्द्रता एवं नाभिलम्ब की माप ज्ञात कीजिए।

Trace the conic $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$. Also find out there focus, eccentricity and latus rectum.

इकाई – IV
(Unit- IV)

4. OX, OY से होकर जाने वाले समतल के बीच का कोण α है। दर्शाइए कि उनकी प्रतिच्छेद रेखा शंकु $z^2 (x^2 + y^2 + z^2) = x^2y^2 \tan^2 \alpha$ पर स्थित है।

If α is the angle between passing through the plane OX and OY. Then show that their intersecting line is on the cone $z^2 (x^2 + y^2 + z^2) = x^2y^2 \tan^2 \alpha$.

V-224

[9]

अथवा /Or

गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$ के अन्वालोपी बेलन, जिनके जनक रेखा $x = y = z$ के समानान्तर है, का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of enveloping cylinder of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 1$, whose generating line is parallel to $x = y = z$.

इकाई – V
(Unit- V)

5. दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ का समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area if the plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ intersect the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

अथवा /Or

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि समतल $lx + my + nz = p$ परवलयज $ax^2 + by^2 = 2cz$ को स्पर्श करता है।

Find out condition if plane $lx + my + nz = p$ touches the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2cz$.

***** B *****