

Roll No. _____

Special Online Examination Nov. 2020**B.Sc. Part I (New Course)****MATHEMATICS**

Paper II

(Calculus)

Time : 3 Hours]

[MAXIMUM MARKS : 50

नोट : खण्ड 'अ' से सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' एवं खण्ड 'स' से प्रत्येक इकाई से केवल एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all the questions from section 'A', it is compulsory. Attempt one question from each unit from section 'B' and section 'C'.

खण्ड 'अ' (5 × 2 = 10)
(Section 'A')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। एक या दो लाइन में उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all the five questions. Answer write in one or two lines.

1. फलन $f(x)$ की बिन्दु $x = a$ पर संतत की परिभाषा दीजिए।

Define continuity of the function $f(x)$ at a point $x = a$.

P. T. O.

2. वक्रता त्रिज्या के लिए कार्तीय सूत्र लिखिए।

Write cartesian formula for radius of curvature.

3. $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x dx$.

4. $p = \log(px - y)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the general solution of $p = \log(px - y)$.

5. $y_1 = \cos x$ तथा $y_2 = \sin x$ का रासकियन सारणिक ज्ञात कीजिए।

Find the Wronskian determinant of $y_1 = \cos x$ and $y_2 = \sin x$.

खण्ड 'ब' (5 × 3 = 15)
(Section 'B')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 75 से 100 शब्द।

Note : All the five questions are compulsory. Answer with word limit 75-100 words.

V—223

[3]

इकाई - I
(Unit- I)

1. फलन $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{जब } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ जब } x = 0 \end{cases}$ की $x = 0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता परीक्षण कीजिए।

Test the continuity and differentiability of the

$$\text{function } f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ when } x = 0 \end{cases} \text{ at } x = 0.$$

अथवा /Or

टेलर प्रमेय द्वारा e^x का $(x - 1)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand e^x in powers of $(x - 1)$ by Taylor's theorem.

इकाई - II
(Unit- II)

2. दर्शाइए कि वक्र $y^2 (2a - x) = x^3$ मूल बिन्दु पर एक कस्प रखता है।

Show that the curve $y^2 (2a - x) = x^3$ has a cusp at the origin.

V-223

P. T. O.

[4]

अथवा /Or

वक्र $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 1$ की अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 1$.

इकाई - III
(Unit- III)

3. सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/4} \log (1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$.

Prove that $\int_0^{\pi/4} \log (1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$.

अथवा /Or

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find complete area of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

इकाई - IV
(Unit- IV)

4. हल कीजिए—

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2.$$

V-223

[5]

Solve :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2.$$

अथवा /Or

हल कीजिए—

$$(D^2 - 3D - 2)y = e^x.$$

Solve :

$$(D^2 - 3D - 2)y = e^x.$$

इकाई - V
(Unit- V)

5. हल कीजिए—

$$\frac{dx}{y^2z} = \frac{dy}{-x^2z} = \frac{dz}{x^2y}.$$

Solve :

$$\frac{dx}{y^2z} = \frac{dy}{-x^2z} = \frac{dz}{x^2y}.$$

अथवा /Or

हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y, \frac{dy}{dt} = 5x + 3y.$$

V—223

P. T. O.

[6]

Solve :

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y, \frac{dy}{dt} = 5x + 3y.$$

खण्ड 'स'

(5 × 5 = 25)

(Section 'C')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 150 से 200 शब्द।

Note : All the **five** questions are compulsory. Answer with word limit 150-200 words.

इकाई - I

(Unit- I)

1. यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ तब सिद्ध कीजिए—

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)x \cdot y_{n+1} - (n^2 - m^2) \cdot y_n = 0.$$

If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, then prove that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)x \cdot y_{n+1} - (n^2 - m^2) \cdot y_n = 0.$$

अथवा /Or

मैक्लॉरिन प्रमेय के प्रयोग से सिद्ध कीजिए—

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

V—223

[7]

Apply Maclaurin's theorem to prove that :

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

इकाई – II
(Unit- II)

2. वक्र $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ की अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0.$$

अथवा /Or

वक्र $a^2y^2 = x^2(a^2 - x^2)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $a^2y^2 = x^2(a^2 - x^2)$.

इकाई – III
(Unit- III)

3. सिद्ध कीजिए कि—

$$\int_0^1 x^{3/2} \cdot (1-x)^{3/2} \cdot dx = \frac{3\pi}{128}.$$

Prove that :

$$\int_0^1 x^{3/2} \cdot (1-x)^{3/2} \cdot dx = \frac{3\pi}{128}.$$

V—223

P. T. O.

[8]

अथवा /Or

हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the whole length of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

इकाई – IV
(Unit- IV)

4. हल कीजिए—

$$(D^2 - 5D + 6)y = x^3 \cdot e^{2x}.$$

Solve :

$$(D^2 - 5D + 6)y = x^3 \cdot e^{2x}.$$

अथवा /Or

हल कीजिए—

$$(D^2 + 1)y = \sin x \sin 2x.$$

Solve :

$$(D^2 + 1)y = \sin x \sin 2x.$$

V—223

[9]

इकाई – V
(Unit- V)

5. प्राचल विचरण की विधि द्वारा हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 \cdot y = \sec ax.$$

Solve by method of variation of parameter :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2 \cdot y = \sec ax.$$

अथवा /Or

स्वतन्त्र चर के परिवर्तन द्वारा अवकल समीकरण हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0.$$

Solve the differential equation by changing the independent variable :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0.$$

☆☆☆☆☆ B ☆☆☆☆☆