

Roll No. _____

Special Online Examination Nov. 2020**B.Sc. Part I (New Course)****MATHEMATICS**

Paper I

(Algebra and Trigonometry)

Time : 3 Hours]

[MAXIMUM MARKS : 50

नोट : खण्ड 'अ' से सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' एवं खण्ड 'स' से प्रत्येक इकाई से केवल एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। एक खण्ड के सभी प्रश्न एक जगह हल करें।

Note : Attempt all the questions from section 'A', it is compulsory. Attempt one question from each unit from section 'B' and section 'C'. Solve all questions of a section at one place.

खण्ड 'अ' (5 × 2 = 10)
(Section 'A')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। एक या दो लाइन में उत्तर दीजिए।

Note : Attempt all the five questions. Answer write in one or two lines.

1. अभिलाक्षणिक बहुपद की परिभाषा लिखिए।

Define characteristics of polynomial.

P. T. O.

2. डेकार्टे का चिह्न नियम लिखिए, एक उदाहरण दीजिए।
State Descarte's rule of sign, give one example.
3. तुल्यता सम्बन्ध किसे कहते हैं ? परिभाषा दीजिए।
What is equivalence relation ? Define.
4. किसी समूह की समाकारिता को परिभाषित कीजिए।
Define the homomorphism of a group.
5. ग्रेगोरी श्रेणी का कथन लिखिए।
State the Gregory's series.

खण्ड 'ब' (5 × 3 = 15)
(Section 'B')

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 75 से 100 शब्द।

Note : All the five questions are compulsory. Answer with word limit 75-100 words.

इकाई - I
(Unit-I)

1. आव्यूह A का प्रसामान्य रूप में रूपान्तरण करते हुए इसकी जाति ज्ञात कीजिए; जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

[3]

Reduce the matrix A into the normal form and

find its rank, where $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.

अथवा /Or

प्रारम्भिक पंक्ति संक्रिया का उपयोग करते हुए आव्यूह B का प्रतिलोम आव्यूह ज्ञात कीजिए, जहाँ—

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Using only elementary row operations find the inverse of the matrix B, where :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

इकाई – II
(Unit- II)

2. यदि $1, \alpha, \beta, \gamma, \dots$ समीकरण $x^n - 1 = 0$ के n मूल हैं तो सिद्ध कीजिए कि—

$$(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) \dots = n.$$

V—222

P. T. O.

[4]

If $1, \alpha, \beta, \gamma, \dots$ are n roots of $x^n - 1 = 0$, then prove that :

$$(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) \dots = n.$$

अथवा /Or

बहुपदों $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ तथा $g(x) = x^2 - x - 2$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।

Find the greatest common divisor of the polynomials $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ and $g(x) = x^2 - x - 2$.

इकाई – III
(Unit- III)

3. प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली समूह होता है”, इसे सिद्ध कीजिए तथा एक उदाहरण भी दीजिए।

Prove that “every cyclic group is an abelian group”. Also give an example of it.

अथवा /Or

यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ और $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ तब AB, BA और A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए।

V—222

[5]

If $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, then find the values of AB , BA and A^{-1} .

इकाई – IV
(Unit- IV)

4. सिद्ध कीजिए कि—“दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ भी उपवलय होता है।”

Prove that : “the intersection of two subrings is also a subring”.

अथवा /Or

सिद्ध कीजिए कि—“प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है।”

Prove that : “every field is an integral domain”.

इकाई – V
(Unit- V)

5. यदि $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$, तब सिद्ध कीजिए कि—

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta.$$

V—222

P. T. O.

[6]

If $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$, then prove that $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$.

अथवा /Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan \left(i \log \frac{a-ib}{a+ib} \right) = \frac{2ab}{a^2-b^2}.$$

Prove that :

$$\tan \left(i \log \frac{a-ib}{a+ib} \right) = \frac{2ab}{a^2-b^2}.$$

खण्ड ‘स’

(5 × 5 = 25)

(Section ‘C’)

नोट : सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। उत्तर के लिए शब्द सीमा 150 से 200 शब्द।

Note : All the five questions are compulsory. Answer with word limit 150-200 words.

इकाई – I

(Unit- I)

1. कैली-हैमिल्टन प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

V—222

[7]

अथवा /Or

प्रसामान्य रूप में बदलकर निम्नलिखित आव्यूह की जाति और शून्यता ज्ञात कीजिए—

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Change the following matrix into normal form, and find its rank and nullity :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 9 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

इकाई – II
(Unit– II)

2. आव्यूह विधि से निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए—

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$3x + y + 2z = 11$$

$$2x + 3y + z = 11$$

V—222

P. T. O.

[8]

Solve the following system of equations using matrix method :

$$x + 2y + 3z = 14$$

$$3x + y + 2z = 11$$

$$2x + 3y + z = 11$$

अथवा /Or

सांश्लेषिक भागफल विधि से बहुपद $x^3 + 5x^2 + 4x + 50$ को $(x - 3)$ से भाग दिए जाने पर भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए।

Using synthetic division method find the quotient and remainder when the polynomial $x^3 + 5x^2 + 4x + 50$ is divided by $(x - 3)$.

इकाई – III
(Unit– III)

3. दिखाइए कि सम्बन्ध $R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ तथा } a - b, 3 \text{ से भाज्य है}\}$ एक तुल्यता सम्बन्ध है। और तुल्यता कक्षा ज्ञात कीजिए। I पूर्णाकों का समुच्चय है।

Show that the relation $R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ and } a - b \text{ is divisible by } 3\}$ is an equivalence relation on the set of integers I. Hence find the equivalence class.

V—222

[9]

अथवा /Or

समूह की परिभाषा दीजिए। पूर्णाकों के समुच्चय I पर निम्नलिखित संक्रिया (*) से परिभाषित I एक समूह है—

$$a * b = a + b + 1 \quad \forall a, b \in I.$$

Define group. Show that the set of all integers I forms a group with respect to the binary operation * defined by the rule :

$$a * b = a + b + 1 \quad \forall a, b \in I.$$

इकाई – IV
(Unit– IV)

4. कर्नेल की परिभाषा दीजिए। प्रथम समाकारिता प्रमेय—“यदि f समूह G से G' पर एक समाकारिता है, तब f की अष्टि (कर्नेल), ग्रुप G की प्रसामान्य उपसमूह है” सिद्ध करो।

Define kernel of homomorphism. First theorem on homomorphism—“If f is a homomorphism of a group G into group G' , then kernel K of f is a normal subgroup of G .” Prove it.

अथवा /Or

पूर्णाकीय प्रान्त की परिभाषा दीजिए। दिखाइए कि पूर्णाकों के समुच्चय I पर साधारण योग और गुणन से परिभाषित समुच्चय एक पूर्णाकीय प्रान्त है।

V–222

P. T. O.

[10]

Define integral domain. Prove that the set of integers I with respect to ordinary addition and multiplication is an integral domain.

इकाई – V
(Unit– V)

5. डी-माइवर प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove De-Moivre's theorem.

अथवा /Or

यदि $\sin(\theta + i\phi) = \rho(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$(i) \quad \rho^2 = \frac{1}{2}(\cosh 2\phi - \cos 2\theta),$$

$$(ii) \quad \tan \alpha = \tanh \phi \cot \theta.$$

If $\sin(\theta + i\phi) = \rho(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, then prove that :

$$(i) \quad \rho^2 = \frac{1}{2}(\cosh 2\phi - \cos 2\theta),$$

$$(ii) \quad \tan \alpha = \tanh \phi \cos \theta.$$

★★★★★ B★★★★★

V–222

10 / 350